

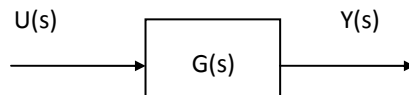
Συνοπτική Ανάλυση Επιστημονικού Έργου του Νικόλαου Καραμπετάκη

Το επιστημονικό μου έργο επικεντρώνεται στην ανάπτυξη αλγεβρο-πολυωνυμικών μεθόδων για την ανάλυση και σύνθεση γραμμικών, χρονικά αμετάβλητων, πολυμεταβλητών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Οι αλγεβρο-πολυωνυμικές μέθοδοι αποτελούν σύγχρονες τεχνικές βιομηχανικού σχεδιασμού για σύνθετα πολυμεταβλητά συνεχή και διακριτά συστήματα, πολυμεταβλητά συστήματα αυτομάτου ελέγχου, ψηφιακά φίλτρα, σήματα και διαδικασίες τα οποία βασίζονται στους χειρισμούς με πολώνυμα, πολυωνυμικούς πίνακες, και άλλα παρόμοια αντικείμενα. Αναπτυγμένες σε παγκόσμιο επίπεδο και εφαρμοσμένες στην Ευρώπη, οι πολυωνυμικές μέθοδοι θεωρούνται κατεξοχήν Ευρωπαϊκές. Τα μαθηματικά πρότυπα (μοντέλα) τα οποία μελετούνται περιγράφονται από γραμμικές διαφορικές εξισώσεις με συντελεστές πίνακες που έχουν την μορφή :

$$A(\rho)\beta(t) = B(\rho)u(t) \quad (1\alpha)$$

$$y(t) = C(\rho)\beta(t) + D(\rho)u(t) \quad (1\beta)$$

όπου $\rho := d/dt$ συμβολίζουμε τον διαφορικό τελεστή, $A(\rho) \in \mathbb{R}[\rho]^{r \times r}$ με $\det[A(\rho)] \neq 0$, $B(\rho) \in \mathbb{R}[\rho]^{r \times m}$, $C(\rho) \in \mathbb{R}[\rho]^{p \times r}$, $D(\rho) \in \mathbb{R}[\rho]^{p \times m}$, $u(t): [0-, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^m$ είναι η είσοδος του συστήματος, $\beta(t): [0-, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^r$ η ψευδοκατάσταση του συστήματος και $y(t): [0-, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^p$ είναι η έξοδος του συστήματος. Οι παραπάνω περιγραφές συστημάτων συναντώνται και στα διακριτά συστήματα με την μόνη διαφορά ότι την θέση του διαφορικού τελεστή (ρ) παίρνει ο τελεστής μετατόπισης (σ) πρδ. $\sigma x(t) = x(t+1)$ και την θέση του πεδίου ορισμού $[0-, +\infty)$ παίρνει ο δακτύλιος \mathbb{Z} των ακεραίων αριθμών. Η αναπαράσταση του συστήματος (1) στο πεδίο της συχνότητας γίνεται μέσω του παρακάτω σχήματος



Σχήμα 1. Διάγραμμα συχνότητας του συστήματος (1).

όπου $G(s) = C(s)A(s)^{-1}B(s) + D(s)$ είναι η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος (1) και $Y(s)$, $U(s)$ είναι οι μετασχηματισμοί Laplace των συναρτήσεων εξόδου και εισόδου αντίστοιχα.

Οι παραπάνω γενικές πολυωνυμικές περιγραφές συστημάτων (Π.Π.Σ.) συναντώνται σε περιγραφές συστημάτων μεγάλης κλίμακας (large scale systems) ; παραδείγματα έχουμε στα συστήματα ενέργειας (power systems) [1], [2] και στα διασυνδεδεμένα συστήματα (interconnected systems) [3]. Νεώτερες εφαρμογές έχουμε στην ρομποτική και στα συστήματα ουδέτερης καθυστέρησης (robotics and neutral delay systems) [4], στην αεροδυναμική για ισοροπία σταθερής κατάστασης αεροσκαφών (aircraft dynamics with imposed algebraic relations for steady-state trim) [5], στην ανάλυση νευρολογικών καταστάσεων (neurological events) [6], [7] και στην θεωρία καταστροφών (catastrophic behaviour) [8].

Οι επιμέρους στόχοι της έρευνας μου επικεντρώνονται στα ακόλουθα :

1. Μελέτη της μαθηματικής δομής των γραμμικά, χρονικά αμετάβλητων, πολυμεταβλητών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου.

α) Η εύρεση αναλυτικών φόρμουλων λύσεως συνεχών και διακριτών συστημάτων της μορφής (1) πρδ. η εύρεση του διανύσματος ψευδοκατάστασης $\beta(t)$ και του διανύσματος εξόδου $y(t)$ βάσει γνωστής εισόδου $u(t)$ ([A15], [A19], [A23], [A26], [A41], [B15], [B20], [B21], [B28], [B31], [B50]).

β) Η μελέτη του κρουστικού και συνεχές χώρου λύσεων (ή forward και backward χώρου λύσεων στην διακριτή περίπτωση) του ομογενούς συστήματος διαφορικών εξισώσεων της μορφής $A(\rho)\beta(t) = 0$ (ή $A(\sigma)\beta(k) = 0$ στη διακριτή περίπτωση) όπου ο πίνακας $A(\rho)$ μπορεί και να μην είναι τετράγωνος ([A18], [A20], [A23], [A30], [B5], [B8], [B10], [B18], [B34], [B35], [B43], [B44]).

γ) Η μελέτη των ιδιοτήτων συνεχών και διακριτών συστημάτων της μορφής (1) όπως για παράδειγμα η ελεγχιμότητα (controllability), η παρατηρησιμότητα (observability), μελέτη ιδιοτήτων τετράγωνων αντίστροφων συστημάτων, η ιδιότητα του ελάχιστου (minimality) κ.λ.π. ([A7], [A14], [A15], [A17], [A20], [A41], [A48], [B9], [B12], [B17], [B18], [B26], [B30], [B50], [B70]).

δ) Η μελέτη μετασχηματισμών μεταξύ κανονικών συνεχών και διακριτών συστημάτων της μορφής (1), αλλά και μη τετράγωνων, οι οποίοι αφήνουν αναλλοίωτες τις ιδιότητες των παραπάνω συστημάτων καθώς και η εφαρμογή των μετασχηματισμών αυτών στην ανεύρεση ιδιοτήτων των παραπάνω συστημάτων μέσω ήδη γνωστών μοντέλων όπως για παράδειγμα τα γενικευμένα ιδιόμορφα συστήματα ([A1], [A2], [A3], [A5], [A6], [A7], [A8], [A9], [A14], [A17], [A22], [A27], [A29], [A32], [A37], [A43], [B1]-[B4], [B6], [B9], [B11], [B13], [B14], [B16], [B26], [B32], [B37], [B42], [B45], [B47], [B52], [B56], [B72]).

ε) Η μελέτη προβλημάτων σύνθεσης συνεχών και διακριτών συστημάτων της μορφής (1) όπως για παράδειγμα η επίλυση του γνωστού προβλήματος “επανοτοποθέτησης ιδιοτιμών στο $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$ ” (pole placement) που έχει πληθώρα εφαρμογών πρδ. η εύρεση του κατάλληλου ελεγκτή που οδηγεί την απόκριση του συστήματος (1) σε ένα συγκεκριμένο σημείο στον συντομότερο (εύρεση deadbeat controller), η εύρεση του κατάλληλου ελεγκτή που κάνει το σύστημα (1) ευσταθές (stabilizing controller) κ.λ.π. ([A2], [A10], [A12], [A13], [A14], [A16], [A42], [B2], [B14], [B19], [B22], [B23], [B33], [B38]).

στ) Διακριτοποίηση συστημάτων στον χώρο των γενικευμένο χώρο των καταστάσεων ([A28], [A50], [B65], [B71]).

ζ) Ελάχιστη πραγμάτωση συναρτήσεων μεταφοράς ([A40], [B12], [B61]).

η) Κατασκευή συστήματος αλγεβρικών και διαφορικών εξισώσεων με συγκεκριμένο χώρο συνεχή και κρουστικό χώρο λύσεων ([A47], [B67]).

θ) Ανάλυση και σύνθεση 2-D συστημάτων και 2-D πολυωνυμικών/ρητών πινάκων ([A4], [A13], [A31], [A39], [A43], [A45], [B7], [B24], [B49], [B51], [B53], [B54], [B57], [B58], [B59], [B60]).

2. Ανάπτυξη αλγορίθμων (αριθμητικών και συμβολικών) για την Ανάλυση και Σύνθεση Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου.

Η επιτυχία των αλγεβρο-πολυωνυμικών θεωριών σαν εργαλείων ανάλυσης και σύνθεσης δεν συνοδεύτηκε από παράλληλη εξέλιξη προγραμμάτων Η/Υ τα οποία υλοποιούσαν τους αλγόριθμους ανάλυσης και σχεδίασης ΣΑΕ οι οποίοι απορρέανε από αυτές. Οι προσπάθειες υλοποίησης των μεθόδων ανάλυσης και σύνθεσης βάσει των αλγεβρο-πολυωνυμικών θεωριών προσέκρουαν μέχρι πρόσφατα στην έλλειψη αποτελεσματικών και γρήγορων αλγορίθμων για την αναπαράσταση και την πραγματοποίηση των απαραίτητων υπολογισμών πολυωνύμων και πολυωνυμικών πινάκων. Ένα μέρος λοιπόν της έρευνας μου αφορά την εύρεση αναλυτικών αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων Ανάλυσης και Σύνθεσης Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου. Χαρακτηριστικά αναφέρω :

α) τον αλγόριθμο εύρεσης αντίστροφου πολυωνυμικού πίνακα μίας ή περισσότερων μεταβλητών (με μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης, χρήσης μετασχηματισμών DFT, μεθόδων παρεμβολής κ.α.) με απώτερο στόχο τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς $G(s) = C(s)A(s)^{-1}B(s) + D(s)$ του συστήματος (1), ([A4], [A11], [A31], [A44], [A46], [B7]).

β) τον αλγόριθμο εύρεσης του γενικευμένου αντίστροφου ενός πολυωνυμικού/ρητού πίνακα μη τετράγωνου καθώς και του Drazin αντίστροφου ενός τετράγωνου πολυωνυμικού/ρητού πίνακα με εφαρμογές στην αριθμητική επίλυση διοφαντικών εξισώσεων πολυωνυμικών πινάκων, αριθμητική επίλυση συστημάτων της μορφής (1), αριθμητική επίλυση του προβλήματος προσομοίωσης προς πρότυπο (model matching problem) κ.λ.π. ([A10], [A12], [A13], [A24], [A25], [A26], [A35], [A36], [B19], [B24], [B27], [B29], [B36], [B39], [B41], [B46], [B49], [B51]).

γ) τον αλγόριθμο διαίρεσης πολυωνυμικών πινάκων ([A21], [B25]).

δ) τον αλγόριθμο προσδιορισμού της πεπερασμένης (finite) και κρουστικής (infinite) δομής ενός ρητού πίνακα μέσω μιας μη αναγώγιμης κατά στήλη ή γραμμή πολυωνυμικής περιγραφής του πίνακα (column or row reduced matrix fraction description) ([A16], [B22]).

ε) υπολογισμό του ελάχιστου πολυωνύμου ενός πολυωνυμικού πίνακα ([A33], [B55]), υπολογισμό του μέγιστου κοινού διαιρέτη 2-D πολυωνύμων ([A38], [B60]).

στ) την παρεμβολή Newton σε συναρτήσεις δύο μεταβλητών με εφαρμογές στην Θεωρία Ελέγχου ([A46], [A49], [B66], [B69]).

ζ) ανάπτυξη παράλληλου αλγόριθμου αναζήτησης, ο οποίος χρησιμοποιείται κατά τη διαδικασία ενσωμάτωσης εικόνων στην χαρτογραφία [B68].

3. Ανάλυση και Σύνθεση Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου Μέσω Η/Υ.

Η ανάπτυξη ενός πακέτου λογισμικού για τη "ανάλυση και σύνθεση συστημάτων αυτομάτου ελέγχου συνεχούς και διακριτού χρόνου με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή" κάνοντας χρήση της τεχνολογίας λογισμικού **συμβολικής επεξεργασίας**. (Development of a Computer Aided Design Suite for Modeling, Analysis, Synthesis and Design of Discrete time Automatic Feedback Control Systems based on Symbolic Computations Software Technology). Τα λογισμικά συμβολικής επεξεργασίας που χρησιμοποιούμε είναι το MAPLE και το MATHEMATICA. Ήδη έχει δημιουργηθεί ένα μεγάλο πλήθος ρουτινών στα παραπάνω περιβάλλοντα προγραμματισμού τα οποία βασίζονται στην ήδη υπάρχουσα έρευνα αλλά και στα αποτελέσματα της καθημερινής έρευνας που ανέφερα στις ενότητες (1) και (2). Τα προγράμματα αυτά εκτελέστηκαν στον Τομέα Επιστήμης Η/Υ και Αριθμητικής Ανάλυσης του Τμήματος Μαθηματικών του Α.Π.Θ. και χρηματοδοτήθηκαν από προγράμματα της ΓΓΕΤ. Ήδη έχουν αποτελέσει το επίκεντρο πολλών δημοσιεύσεων στον διεθνή χώρο. Απώτερος στόχος αυτών των πακέτων προγραμμάτων είναι η ευρεία χρήση τους στην Εκπαίδευση και στην Βιομηχανία ([A12], [A25], [A34], [A42], [B20], [B21], [B23], [B27], [B29], [B33], [B38], [B40], [B48], [B62], [B63], [B64]). Το πιο πρόσφατο πακέτο προγραμμάτων που δημιουργήθηκε έγινε υπό την συνεργασία της Wolfram Research Inc. που είναι η εταιρεία που κατασκεύασε το συμβολικό πακέτο λογισμικού *Mathematica*.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Stott B., 1979, Power system response dynamic calculations., *Proc. IEEE*, **67**, 219-241.
- [2] Manke J. W. et. al., 1978, Solvability of large-scale descriptor systems., Boeing Computer Services Co..
- [3] Rosenbrock H.H. and Pugh A.C., 1974, Contributions to a hierarchical theory of systems., *Int. J. Control*, **19**, 845-867.
- [4] Spong M. W., 1986, A semistate approach to feedback stabilization of neutral delay systems., *Circuit Systems & Signal Processing*.
- [5] Stevens B. L., 1984, Modelling, simulation and analysis with state variables., Report LG84RR002, Lockheed-Georgia Co., Marietta, GA.
- [6] Zeeman E.C., 1976, Duffing's equation in brain modeling., *J. Inst. Math. and its Appl.*, 207-214.
- [7] DeClaris N. and Rindos A., 1984, Semistate analysis of neural networks in Apysia California., *Proc. 27th MSCS, Morgantown, WV*, 686-689.
- [8] Sastry S.S. and Desoer C.A., 1981, Jump behavior of circuit and systems., *IEEE Trans. Circuit & Systems*, CAS-28, 1109-1123.